

**Scenariusz zajęć w ramach modułu Eksploratorium 7.0 poświęconych tematowi „od systemów pozycyjnych do fraktali” do projektu pn.: "Kalejdoskop Matematyczny", (umowa nr POWR.03.01.00-00-T044/18).**

|   |   |                               |
|---|---|-------------------------------|
| Cel zajęć                                 | Celem zajęć opisywanych scenariuszem jest przedstawienie procedury rekurencyjnej oraz fraktali.   |                               |
| Cele szczegółowe                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>• zapoznanie z pojęciami matematycznymi: rekurencją i fraktalem,</li> <li>• kształtowanie umiejętności rozpoznawania rekurencji i fraktali w otaczającym nas świecie,</li> <li>• konstruowanie fraktali,</li> <li>• współpraca dzieci z osobami dorosłymi,</li> </ul>  |                               |
| Dla nauczyciela<br>Przygotuj się do zajęć | Scenariusz zajęć przewiduje możliwość udziału (jako uczestników) osób dorosłych w zajęciach. W scenariuszu zostały zaproponowane różne formy pracy z dziećmi i dorosłymi: frontalna i zespołowa, jak również różne metody dydaktyczne: wykład, dyskusja, burza mózgów, praca w grupach, ćwiczenia indywidualne, prezentacja. Scenariusz zawiera opisy powstawania pomocy dydaktycznych. W opisie każdej aktywności znajduje się kilka informacji dla nauczyciela oraz spis materiałów potrzebnych do wykonania tej aktywności. W ramach scenariusza została przygotowana jedna prezentacja obejmująca wszystkie aktywności. Wyświetlając kolejno slajdy prezentacji będziemy w sposób naturalny realizować kolejne punktu scenariusza. Większość poleceń została zawarta w prezentacji. | Załącznik:<br>Spis materiałów |
| <b>NA ZAJĘCIACH</b>                       |   |                               |
| Aktywność 1                               | <p>Tytuł: Poznajemy samopodobieństwo<br/>Czas pracy: 10 minut</p> <p>Opis działania:<br/>Wyświetl prezentację fraktale.pdf. Podaj definicję podobieństwa i samopodobieństwa.<br/>Odcinek jest samopodobny. Rozcinając go na dwa odcinki otrzymujemy figury podobne do początkowego odcinka.<br/>Kwadrat można rozciąć na cztery kwadraty. Każdy z nich jest podobny do początkowego. Podobnie z trójkątem.<br/>Aktywność kończy się na slajdzie na którym pada pytanie o inne zbiory samopodobne. Przykładami takich obiektów występujących w naturze są liście paproci. Przykład zostanie zaprezentowany w dalszej części prezentacji na zdjęciu.</p> <p>Wiedza dla nauczyciela</p>  | Załączniki:<br>fraktale.pdf   |
| Aktywność 2                               | <p>Tytuł: Efekt Droste<br/>Czas pracy: 10 minut</p> <p>Opis działania:<br/>Ta część rozpoczyna się od slajdu z kotami. Trzy slajdy przedstawiają obrazy samopodobne. Poproś uczestników aby uzasadnili ich samopodobieństwo. Po wycięciu fragmentu zdjęcia i jego powiększeniu otrzymujemy to samo zdjęcie. W przypadku pierwszego slajdu można dopatrzeć się nieścisłości, niemniej można to zaniedbać. Aktywność kończy się slajdem przedstawiającym puszkę kakao Droste. Poproś uczestników o uzasadnienie samopodobieństwa.</p> <p>Wiedza dla nauczyciela</p>   | Załączniki:                   |
| Aktywność 3                               | <p>Tytuł: Rekurencja<br/>Czas pracy: 15 minut</p> <p>Opis działania:<br/>Na slajdzie zostało zadane pytanie: Co to jest rekurencja? Poproś uczestników o wyjaśnienie jej swoimi słowami. Dopilnuj aby o tym pojęciu mówiły dzieci</p>   | Załączniki:                   |

|             |  |  |
|-------------|--|--|
|             | <p>jak i osoby dorosłe. W dalszej części prezentacji zostanie ona omówiona na przykładach. Aktywność kończy się na slajdzie opisującym procedurę uczenia się wiersza na pamięć. Wszystkie kroki związane z tą aktywnością zostały omówione na slajdach.</p>  |  |
|             | Wiedza dla nauczyciela   |  |
| Aktywność 4 | <p>Tytuł: Wprowadzenie do fraktali<br/>Czas pracy: 15 minut</p> <p>Opis działania:<br/>Aktywność rozpoczyna się slajdem: Czy w poznane w szkole figury płaski lub bryły występują naturalnie w otaczającym nas świecie. Przeprowadź dyskusję na ten temat. Dopilnuj aby o tym pojęciu mówiły dzieci jak i osoby dorosłe. Niech uczestnicy opiszą czym różnią się kształty obserwowane w naturze od tych poznanych w szkole. Będzie to podstawą do stworzenia definicji fraktala. Następnym 20 slajdów przedstawia różne naturalne obiekty, które są samopodobne. Na pewno w prezentacji jest ich za dużo i nie ma potrzeby zatrzymywanie się na każdym z nich na dłużej. W zależności od zainteresowania uczestników zatrzymaj się na dłużej przy kilku z nich i zastanówcie się nad ich samopodobieństwem.</p>  | Załączniki:  |
|             | Wiedza dla nauczyciela   |  |
| Aktywność 5 | <p>Tytuł: Fraktale<br/>Czas pracy: 30 minut</p> <p>Opis działania:<br/>Aktywność rozpoczyna się slajdem: FRAKTALE. Zatrzymaj się na dłużej przy slajdzie wskazującym 6 cech, którymi powinien się cechować fraktal. Zapewne wymiar Hausdorffa stanowi pewną zagadkę dla słuchaczy, nie będziemy go wyjaśniać. Natomiast wymiar topologiczny to wymiar przestrzenny z którym jesteśmy obcy. Odcinek na wymiar 1, kwadrat ma wymiar 2 a sześcian ma wymiar 3. Wiele fraktali ma wymiary Hausdorffa będące dodatnimi liczbami rzeczywistymi np. 1,56304. Zaprezentuj na tablicy rekurencyjny sposób powstawania zbioru Cantora. Uczestnicy będą samodzielnie wykonywać takie procedury w kolejnych trzech ćwiczeniach.<br/>Krok 0: Narysuj odcinek (dłuuuuuugi), podziel go na trzy części.<br/>Krok 1: Zetrzyj część środkową odcinka i podziel każdy z pozostałych dwóch odcinków na trzy części.<br/>Krok 2: Zetrzyj środkowe części odcinków i podziel każdy z pozostałych czterech odcinków na trzy części. Procedurę można powtarzać....<br/>Wykonaj dwa ćwiczenia wyświetlone na slajdach. Przed zajęciami wydrukuj plik Instrukcja - trójkąt i dywan Sierpińskiego.pdf Rozdaj wydruki trójkątów i poleć aby uczestnicy wykonali ćwiczenie. Po zakończeniu rozdaj wydruki kwadratów i poczekaj aż uczestnicy wykonają polecenie. Na slajdach zostały zaprezentowane spodziewane efekty pracy.<br/>Kolejne ćwiczenie wykonujecie na tablicy. Rysujemy krzywą Kocha. Poproś aby uczestnik wykonał kolejne kroki rekurencyjne:<br/>Krok 0: narysował na tablicy dosyć długi odcinek i podzielił go na trzy części.<br/>Krok 1. Na bazie środkowego odcinka narysował trójkąt równoboczny a następnie wymazał jego podstawę. Powstały cztery połączone odcinki. Każdy z tych odcinków dzielimy na trzy równe części.<br/>Krok 2. Na bazie czterech środkowych odcinków rysujemy trójkąty równoboczne i wymazujemy ich podstawy. Każdy z powstałych odcinków dzielimy na trzy równe części.<br/>Krok 3. Powtarzamy procedurę opisaną wyżej.....<br/>Na kolejnym slajdzie uwidoczniła sposób powstawania śnieżynki Kocha. Poproś uczestników aby opisać procedurę rekurencyjną.<br/>To samo zrób w przypadku drzewa binarnego.</p> | Załączniki:<br>Instrukcja - trójkąt i dywan Sierpińskiego.pdf<br>Materiały:<br>Kolorowe kredki |

Tytuł: ciekawe fraktale i ich zastosowania  
Czas pracy: 10 minut

Załączniki:

## Opis działania:

Wyświetl kolejne slajdy przedstawiające ciekawe fraktale. Wybór prezentowanych fraktali oparty jest na ich historycznym znaczeniu. W części poświęconej zastosowaniom fraktali widzimy dwie anteny fraktalne poprawiające względem klasycznej anteny jakość odbieranego sygnału. Animacje komputerowe zyskały naturalności – właśnie dzięki zastosowaniu fraktali. Dwa slajdy prezentują zdjęcia z produkcji filmowych. Stroje aktorów zostały wyposażone we wzory wykorzystujące fraktal – trójkąt Sierpińskiego. Odpowiedni algorytm zamienia ten wzór na obraz który widzimy podczas oglądania filmów. Na końcu zajęć zaprezentuj uczestnikom kostkę Mengera wykonaną wcześniej lub – o ile dysponujesz dużą ilością czasu, wykonaj ją wspólnie z uczestnikami. Być może uda się skrócić poprzednie aktywności – wówczas przygotowując „półprodukty” uda się wraz z uczestnikami wykonać kostkę. Jest to bardzo ważna aktywność wykonywana wspólnie przez osoby dorosłe i dzieci. Poniższy fragment kostki Mengera wykonywany był przez 80 osób, ma wymiary 180cm x 180cm x 60 cm a jego budowa zajęła około 1,5 godziny. Uczestnicy musieli wykonać 160 sześcianów, które zostały ze sobą sklejone przy pomocy taśmy dwustronnej. Proponowana w scenariuszu kostka Mengera wymaga wykonania 20 sześcianów i można ją znaleźć na poniższym zdjęciu – kolorowa część budowli. W scenariuszu proponujemy odmienny sposób budowania sześcianów – przy pomocy modułów SONOBE. Wiele ośrodków matematycznych organizuje dzień kostki Mengera – zapraszają wielu uczestników, którzy przez cały dzień pracują nad kostką. Otrzymywany przez nich efekt końcowy wymaga ogromnego nakładu pracy.



Wiele ośrodków matematycznych organizuje dzień kostki Mengera – zapraszają wielu uczestników, którzy przez cały dzień pracują nad kostką. Otrzymywany przez nich efekt końcowy wymaga OGROMNEGO nakładu pracy. Poniższe zdjęcie pokazuje kostkę Mengera w trakcie budowy. Do jej powstania wykorzystywane są wizytówki a sposób ich łączenia jest odmienny od przyjętego przez nas. W poniższym modelu nie wykorzystuje się kleju ani taśm klejących.



<https://theiff.org/oexhibits/menger02.html>

Wiedza dla nauczyciela

Aktywność 6

Tytuł: Kostka Mengera

Czas pracy: Zależny od liczby osób pracujących przy budowie kostki.

Opis działania:

Będziemy budować kostkę Mengera składającą się z 20 sześciątów. Przygotuj 120 kartek ksero. Wytnij z nich kwadraty o boku 21cm x 21 cm. Krótszy bok kartki ma właśnie 21 cm długości. Najszybciej wykonasz to przy pomocy gilotyny do papieru. Z każdego z 6 kwadratów wykonaj jeden sześciąt. Użyj do tego modułów SONOBE. Dokładny opis jak to zrobić można znaleźć na wielu stronach internetowych. Przykładowa strona:

<http://www.matematyka.wroc.pl/doniesienia/origami-modulowe-cz.i#poczatek>

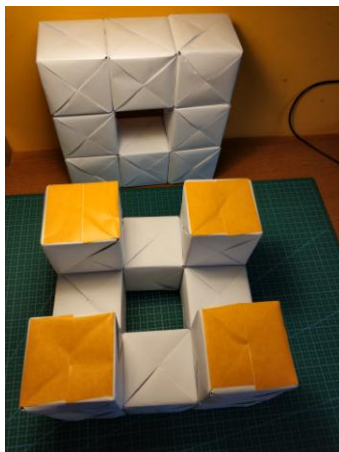
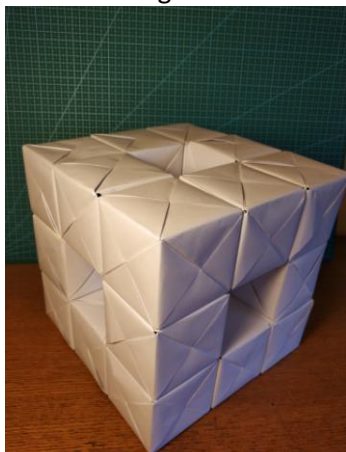
Czas wykonania jednego modelu sześciątą wynosi około 8-10 minut, przy posiadaniu niewielkiej wprawy przy zginaniu modułów SONOBE. Oznacza, to, że w klasie liczącej co najmniej 20 osób jesteś w stanie bardzo szybko otrzymać pożądaną liczbę sześciątów. Sklej przy pomocy taśmy dwustronnej dwa modele znajdujące się na lewym zdjęciu i do jednego z nich doklej pozostałe 4 sześciątą – jak zostało to pokazane na prawym zdjęciu.



Załączniki:

kostka mozaika.pdf

Następnie nanieś taśmę dwustronną na cztery sześciany i sklej ze sobą obie części kostki Mengera.



Czas sklejania przez jedną osobę wynosi około 20 minut. Należy zauważyć, że kostkę można zacząć sklejać równolegle z powstającymi sześcianami. Kostka gotowa!!! Jeżeli nie będziecie wykonywać kolejnego kroku proponujemy użyć papieru kolorowego. Zdecydowaliśmy się użyć biały papier, z uwagi na to, że wykonaliśmy jeszcze okleinę.



Wydrukuj 12 stron załącznika kostka mozaika.pdf i wytnijcie okleinę. Następnie każdą widoczną ścianę sześcianów (również wewnątrz kostki) tworzących kostkę Mengera okleiliśmy dywanami Sierpińskiego uzyskując dodatkowy efekt wizualny. Czas oklejania gotowymi, wyciętymi wcześniej elementami przez jedną osobę wynosi około 30 minut. Białe kwadraty utożsamiane są z otworami. Oto jak prezentuje się gotowy model:



Wiedza dla nauczyciela

Podsumowanie / ewaluacja

Należy podkreślić jakie umiejętności były ćwiczone/zdobywane w ramach opisanych wyżej aktywności.

Załączniki: